Лекция 8

Определение касательных напряжений при плоском поперечном изгибе.

ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ. КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

От поперечной силы Q_y в поперечном сечении возникают касательные напряжения τ_y.

Для их определения приняты следующие гипотезы:

- Касательные напряжения τ_y параллельны поперечной силе Q_y и соответственно оси *Oy*.

- Касательные напряжения равномерно распределены по ширине поперечного сечения на любом уровне их определения, задаваемом ординатой *y*.

- Для определения нормальных напряжений используют выражения, выведенные для случая чистого изгиба.

Д. И. Журавским предложена формула

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_z'}{b \cdot I_z};$$

где Q_y – поперечная сила в рассматриваемом сечении;

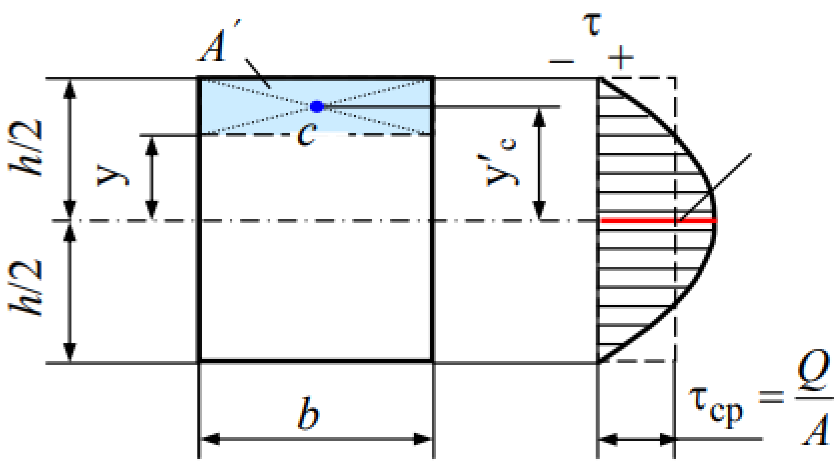
S_z' – статический момент площади отсеченной части сечения относительно центральной оси;

***b* – ширина сечения на уровне исследуемой точки;**

I_z' – момент инерции сечения относительно центральной оси.

Знак касательных напряжений τ_y определяется знаком поперечной силы Q_y.

Пример 1. Построить эпюру τ для прямоугольного сечения



$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_z'}{b \cdot I_z};$$

Момент инерции сечения

$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

Статический момент площади отсеченной части сечения $S_z' = A' \cdot y_C'$

$$S_z' = \frac{bh^2}{8}\left(1 - \frac{4}{h^2}y^2\right)$$

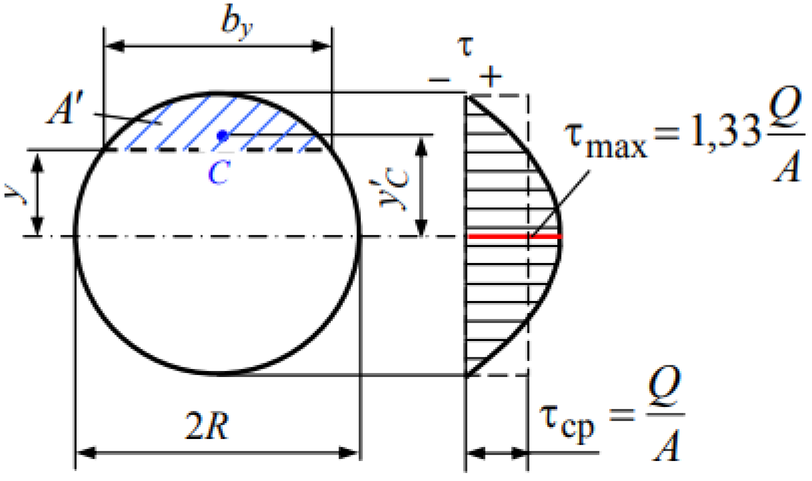
S_z' **изменяется по параболической зависимости (координата y во второй степени) и определяет характер изменения напряжения** τ

$$\tau = \frac{3}{2}\frac{Q}{bh}\left(1 - \frac{4}{h^2}y^2\right)$$

При $y = 0$ (на нейтральной оси) $\tau = \tau_{\max} = \frac{3}{2}\frac{Q}{A}$

При $y = h/2$ (на перефирии) $\tau = 0$

Пример 2. **Построить эпюру τ для кругло сечения**



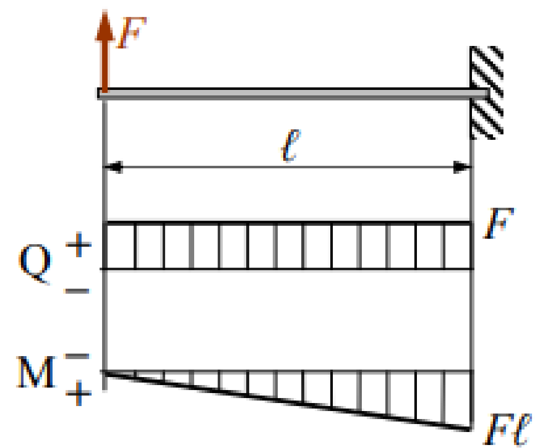
$$\tau = \frac{4}{3}\frac{Q}{\pi R^2}\left(1 - \frac{y^2}{R^2}\right);$$

$$\tau_{max} = 1{,}333\frac{Q}{\pi R^2}.$$

Пример 3. Оценить соотношение нормальных и касательных напряжений при поперечном изгибе

Для консольной балки прямоугольного сечения максимальные нормальные напряжения

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{F\ell}{bh^2/6} = \frac{6F\ell}{bh^2},$$



максимальные касательные напряжения

$$\tau_{max} \frac{3}{2}\frac{Q}{bh} = \frac{3}{2}\frac{F}{bh}.$$

Сопоставив эти напряжения, получим

$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}} = \frac{6F\ell}{bh^2}\frac{2bh}{3F} = 4\frac{\ell}{h}.$$

Аналогичное соотношение для круглого поперечного сечения

$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}} = \frac{32F\ell}{\pi d^3}\frac{3}{4}\frac{\pi d^2}{F4} = 6\frac{\ell}{d}$$

Выводы:

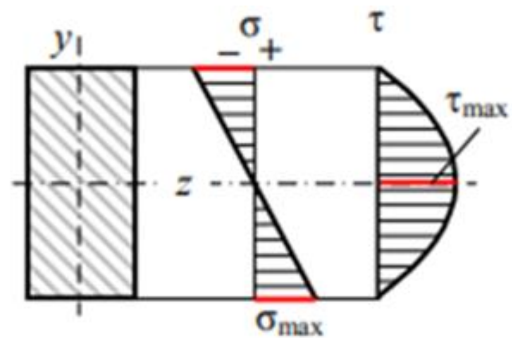
1) касательные напряжения в длинных балках существенно меньше нормальных

2) σ_{max} и τ_{max} действуют в разных точках сечения:

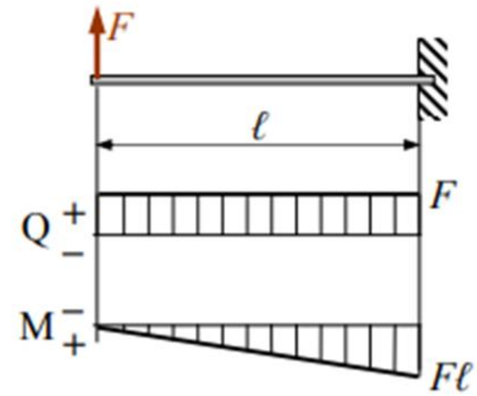
$-\ \sigma_{max}$ на периферии, в точках наиболее удаленных от нейтральной оси, где $\tau = 0$;

$-\ \tau_{max}$ – в центре, на нейтральной оси, где $\sigma = 0$.

Эпюры распределения нормальных и касательных напряжений в опасном сечении (в защемлении)



$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} y, \quad \tau = \frac{Q_y \cdot S_z'}{b \cdot I_z};$$



По мере укорочения длины пролета или участка балки роль момента, а, следовательно, и нормальных напряжений, снижается (в рассмотренном примере *M* зависит от длины, а *Q* – постоянна).

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{F\ell}{bh^2/6} = \frac{6F\ell}{bh^2},$$

Превалирующими в этом случае могут оказаться касательные напряжения.

В сложившейся практике подбор размеров поперечного сечения выполняют по максимальным нормальным напряжениям (как при чистом изгибе), а проверку прочности проводят по максимальным касательным.